

**Mujiyem Sapti**

Program Studi Pendidikan Matematika

Jalan KHA Dahlan 3 Purworejo

*e-mail*: saptimoedji@yahoo.com

### **Abstrak**

*Artikel ini membahas tentang lintasan belajar matematika (Mathematical Learning Trajectories). Lintasan belajar merupakan suatu desain pembelajaran yang memperhatikan tingkat berpikir anak sesuai dengan teori Piaget dan Vigotsky. Lintasan belajar dapat dilakukan untuk membuat grand desain pembelajaran Matematika maupun untuk membuat rancangan pembelajaran pada level tertentu. Pada artikel ini disampaikan langkah membuat lintasan belajar atas dasar suatu ide besar tertentu dan bagian-bagian dari lintasan belajar matematika.*

**Kata kunci:** lintasan belajar, *Learning Trajectory*

### **Pendahuluan**

Anak-anak mengikuti suatu pola tingkatan alamiah ketika mereka belajar maupun dalam proses perkembangannya. Contoh, anak-anak mengalami pola yang sama pada perkembangan mereka dari belajar merangkak, berjalan, lalu berlari, dan melompat dengan kecepatan dan kecekatan yang terus meningkat seiring dengan perkembangan fisiknya. Sama halnya dalam proses belajar mereka. Misalnya, dalam belajar matematika, mereka juga mengikuti suatu pola tingkatan

alamiah, yakni belajar kemampuan-kemampuan dan ide-ide matematika dengan cara mereka sendiri. Ketika guru memahami pola tingkatan alamiah serta aktivitas-aktivitas yang tersusun didalamnya, maka mereka telah membangun suatu lingkungan belajar matematika yang tepat dan efektif. Pola tingkatan alamiah tersebut merupakan dasar dalam membuat *learning trajectories* atau lintasan belajar. Lintasan belajar sangat berguna bagi guru, khususnya dalam hal menjawab berbagai pertanyaan seperti: apa tujuan

pembelajaran yang akan dicapai? bagaimana memulainya? bagaimana langkah-langkah yang akan dilakukan? bagaimana cara mencapai tujuan tersebut? dan seterusnya.

Selama ini, banyak guru pesimis dengan siswa dan tidak berani menggunakan strategi pembelajaran yang menantang. Guru beranggapan bahwa siswa tidak akan dapat diajak untuk berpikir sesuatu yang menantang. Melihat penemuan Sarama&Clements(2009), tampak bahwa anak-anak memiliki potensi untuk belajar matematika. Yang diperlukan guru adalah keberanian untuk mengeksplor kemampuan dan memahami perkembangan anak-anak. Penting untuk mengembangkan kemampuan mengajar matematika dengan baik.

Istilah “*learning trajectory*” digunakan untuk menggambarkan transformasi belajar yang dihasilkan dari partisipasi dalam aktivitas belajar matematika. Selain itu istilah *Learning trajectory* juga digunakan untuk serangkaian pembelajaran atau suatu lintasan belajar. Selanjutnya

*trajectory* dari aktivitas untuk keseluruhan pembelajaran, berkisar seputar aktivitas belajar khusus yang mungkin hanya digunakan sebagai bagian dari pembelajaran matematika di kelas.

Matematika sangat penting bagi keberhasilan anak dalam sekolah, di kelas dasar dan dalam pembelajaran masa depan, yaitu penting untuk memotivasi anak-anak, substansi pengalaman pendidikan. Lintasan belajar adalah alat yang ampuh untuk melibatkan semua anak dalam menciptakan dan memahami matematika. Pada tulisan ini akan dibahas mengenai *mathematical learning trajectory*.

### **Konsep *Learning Trajectory***

Belajar matematika sangat kompleks dan multidimensi. Tujuan penting penelitian pembelajaran adalah untuk menyederhanakan kompleksitas ini tanpa mengorbankan kemampuan meneliti untuk informasi pengajaran. Hasil penelitian pembelajaran mendukung dan memberi informasi bagi guru dan

untuk menggunakan dan menghasilkan model belajar siswa. Lintasan belajar menggambarkan tujuan pembelajaran, proses belajar dan berpikir anak pada berbagai macam level, dan aktivitas pembelajaran yang menarik bagi mereka.

Guru harus mau meningkatkan kemampuan dan pengetahuannya agar dapat memberi harapan bagi peningkatan kualitas pembelajaran. Guru harus melakukan perubahan tentang cara membelajarkan siswa melalui aktivitas yang sesuai dengan tingkat kemampuan berpikirnya. Simon dalam Fox(2006) mengajukan konsep tentang *hypothetical learning trajectory* sebagai berikut.

*A hypothetical learning trajectory provides the teacher with a rationale for choosing a particular instructional design; thus, I (as a teacher) make my design decisions based on my best guess of how learning might proceed. This can be seen in the thinking and planning that preceded my instructional interventions ... as well as the spontaneous decisions that I make in response to students' thinking.*

Bagian dari lintasan cenderung fleksibel. Tujuan belajar dan aktivitas disesuaikan dengan persepsi tingkat pemahaman siswa. Evaluasi dilakukan secara terus menerus terhadap kinerja tugas kelas dari siswa. Jadi lintasan belajar yang sebenarnya tidak dapat diketahui terlebih dahulu. Tujuan pembelajaran akan menentukan arah belajar-mengajar yang diinginkan. Kegiatan yang akan dilakukan oleh guru dan siswa menjadi "prediksi tentang bagaimana pemikiran siswa dan pemahaman akan berkembang dalam konteks kegiatan belajar"

### **Membuat *Learning Trajectory***

Guru perlu memahami pentingnya mengajarkan semua standar dalam tingkat kelas mereka dan bagaimana standar kelas tersebut berkontribusi pada keseluruhan. Pemahaman yang mendalam tentang standar tidak dapat dikembangkan jika pendidik terisolasi atau hanya melihat standar tingkat kelas mereka dan tidak pernah menganggap bahwa standar mereka adalah bagian dari sistem secara keseluruhan untuk mendidik

siswa. Membangun lintasan belajar adalah salah satu cara untuk menciptakan keselarasan vertikal. Membuat lintasan belajar akan membantu pendidik dalam:

1. mempelajari isi dari standar;
2. mengembangkan pemahaman umum konten;
3. memahami bagaimana semua bagian dari TK sampai kelas 12 cocok bersama untuk membangun lintasan belajar; dan
4. merancang kurikulum, pengajaran, dan penilaian.

Langkah membuat lintasan belajar akan membantu mengembangkan pemahaman yang lebih mendalam tentang standar serta implikasi pembelajaran dan penilaian yang harus dilakukan. Hal ini juga dapat digunakan jika pemahaman yang lebih dalam tentang suatu keterampilan atau konsep tertentu dibangun dari satu tingkat ke tingkat berikutnya berikutnya dan jika kurikulum tertulis dan semua aspek dari standarnya diajarkan di setiap tingkat. Sebagai contoh: Ketika kelompok besar siswa di seluruh

tingkatan kelas yang bervariasi tidak mahir dalam aspek tertentu dari kurikulum (biasanya diidentifikasi dalam penilaian), lintasan pembelajaran dapat dibangun. Diskusi kemudian berpusat pada kurikulum tertulis, yang diajarkan, dan dinilai dan dipasangkan dengan harapan standar. Diskusi tersebut, bersama dengan pemetaan, dapat mengungkapkan inkonsistensi dan kesenjangan yang telah terjadi dalam pembelajaran. Akan tampak bahwa guru telah melewati hal penting dalam standar, konsep atau keterampilan.

Bahan yang dibutuhkan untuk membuat *Mathematical Learning Trajectory* adalah :

1. Dokumen kurikulum Standar Matematika
2. Bagan kertas dengan ukuran besar dari lintasan Belajar Matematika
3. *Pre-made*: membuat ringkasan tentang perbedaan standar pada setiap tingkat
4. Lembar kerja lintasan belajar Matematika (*Mathematical Learning Trajectory*).

Dalam menyusun lintasan belajar matematika diperlukan kerjasama kelompok. Berikut adalah contoh cara membuat *Mathematical Learning Trajectory*.

### 1. *Mathematics Standard*

- a. Menginformasikan seluruh kelompok bahwa mereka akan melakukan eksplorasi lintasan belajar dari sebuah **ide besar**: misal menyatakan dan menafsirkan data.
- b. Membuat kelompok kecil untuk membahas secara singkat apa tentang pengertian menyatakan dan menafsirkan data. Peserta harus menyampaikan semua pemahaman mereka.
- c. Menyampaikan pada peserta untuk melakukan eksplorasi tentang bagaimana dan di mana ide ini berada dalam Standar Matematika tersebut.

### 2. *Start at the Beginning*

- a. Meminta peserta untuk menemukan standarnya (misal TK dalam Standar Kompetensi

Matematika. Selanjutnya dilihat dimana posisi atau letak standar milik kita berada dalam standar yang membahas **ide besar** dalam kelompok mereka

- b. Meminta peserta untuk menangkap isi (kata benda) dan proses (kata kerja) yang teridentifikasi dalam standar, dan merekamnya pada lembar kerja lintasan belajar dalam kelompok mereka. Mintalah sukarelawan untuk berbagi temuan mereka dan memberi saran.
- c. Berbagi *pra-made strip* rancangan untuk memvalidasi dan/atau memodifikasi temuan kelompok. Tempatkan strip di bagian bawah kertas bagan yang terlihat jelas oleh kelompok.

### 3. *Moving Up Trajectory*

- a. Memanfaatkan langkah yang sama dari TK (Langkah 2), minta peserta untuk mencari kelas yang sesuai standar 1

- yang mencerminkan **ide besar** yang sama.
- b. Dalam kelompok-kelompok kecil, minta peserta untuk membaca dan memahami apa yang diharapkan dapat dilakukan siswa kelas I SD ketika bertemu dengan standar. Gunakan panduan pertanyaan berikut untuk diskusi:
    - 1) Apa kesamaan standar anak TK dan kelas 1?
    - 2) Apa perbedaan standar anak TK dan kelas 1?
    - 3) Perubahan apa yang terjadi pada konten dan proses?
      - a) Adakah konsep baru yang diperkenalkan?
      - b) Adakah konsep yang dihilangkan?
    - 4) Apakah idenya lebih kompleks? Jika ya, bagaimana?
  - c. Laporkan temuan dari diskusi kelompok.
  - d. Jelaskan kepada peserta bahwa konten dan proses yang diperoleh dari standar dicatat di *pre-made strip* lain
  - e. Jelaskan bahwa untuk konsistensi akan digunakan pengkodean berikut:
    - 1) Huruf A dan warna hijau digunakan untuk apa saja yang telah ditambahkan ke standar dari tingkat kelas sebelumnya.
    - 2) Huruf D dan warna merah digunakan untuk apa saja yang telah ditiadakan (*dropped*).
  - f. Bagi *strip* dan meminta peserta untuk memverifikasi keakuratan dengan temuan mereka. Catat setiap informasi baru.
  - g. Tempatkan *pra-made strip* dengan standar pada kelas I dan temuan di B Box di atas *strip* TK di bagan lintasan belajar.
  - h. Ajukan pertanyaan berikut kepada kelompok: Bagaimana cara mengetahui informasi ini mempengaruhi pendekatan dalam kurikulum, pengajaran

dan penilaian Anda? Mintalah kelompok untuk membuat laporan.

#### 4. *Repeat and Move Up the Grades*

Lakukan dengan cara yang sama dengan langkah 3 untuk tingkat/kelas yang lebih tinggi.

Tujuan menyelesaikan lintasan belajar pertama kali adalah untuk dasar proses lintasan belajar berikutnya. Diskusi yang lebih mendalam tentang konten yang sebenarnya akan menjadi fokus utama ketika menggunakan langkah ini di masa berikutnya.

#### *Mathematical Learning Trajectory*

Lintasan belajar matematika diajukan oleh Sarama dan Clements (2009) pada pembelajaran konsep pengukuran panjang yang dirancang dari penelitian berbasis teori yang telah dikembangkan dari teori belajar Piaget dan Vygotskian. Sarama & Clements (2009) menyatakan bahwa *Mathematical Learning Trajectory* terdiri dari tiga bagian:

*Math learning trajectories have three parts: a mathematical goal, a developmental path along which children's math knowledge grows*

*to reach that goal, and a set of instructional tasks, or activities, for each level of children's understanding along that path to help them become proficient in that level before moving on to the next level.*

Lintasan belajar matematika mempunyai tiga bagian penting yakni: tujuan pembelajaran matematika yang ingin dicapai, lintasan perkembangan yang akan dikembangkan oleh siswa dalam mencapai tujuan pembelajaran, dan seperangkat kegiatan pembelajaran ataupun tugas-tugas, yang sesuai dengan tingkatan berpikir pada lintasan perkembangan yang akan membantu anak dalam mengembangkan proses berpikirnya bahkan sampai pada proses berpikir tingkat tinggi.

#### 1. *Goals*

Bagian pertama dari lintasan belajar adalah *Goals* yaitu tujuan pembelajaran matematika. Tujuan pembelajaran merupakan *The Big Ideas of Mathematics* yakni pengelompokan konsep-konsep dan kemampuan-kemampuan yang secara matematis merupakan hal yang pokok dan saling berhubungan, konsisten

dengan pemikiran siswa, serta berguna dalam pembelajaran berikutnya. Tujuan harus mencakup ide-ide besar matematika, seperti "bilangan yang dapat digunakan untuk menunjukkan berapa banyak, menggambarkan urutan, dan mengukur" dan "geometri dapat digunakan untuk memahami dan mewakili benda, arah, dan lokasi di dunia, dan hubungan antara mereka" (Clements&Sarama, 2009).

## 2. *Developmental Path*

Bagian kedua dari lintasan belajar terdiri dari tingkat pemikiran, masing-masing lebih canggih dari yang terakhir, yang mengarah untuk mencapai tujuan matematika. Artinya, lintasan perkembangan menggambarkan rute belajar anak yang khusus mengikuti pemahaman pengembangan dan keterampilan dalam topik matematika tertentu. Lintasan belajar penting karena ide-ide anak-anak dan interpretasi mereka tentang suatu situasi yang berbeda dengan orang dewasa. Guru harus menafsirkan apa yang anak lakukan dan berpikir dan berusaha untuk melihat situasi dari

sudut pandang anak. Pengetahuan lintasan perkembangan meningkatkan pemahaman guru tentang pemikiran anak-anak, guru membantu menilai tingkat pemahaman anak-anak dan menawarkan kegiatan pembelajaran pada tingkat itu. Demikian pula, guru secara efektif mempertimbangkan tugas instruksional dari sudut pandang anak.

Sarama & Clements(2009) menjelaskan bagan kedua learning trajectories sebagai berikut:

*The second part of a learning trajectory consists of levels of thinking; each more sophisticated than the last, which lead to achieving the mathematical goal. That is, the developmental progression describes a typical path children follow in developing understanding and skill about that mathematical topic. Development of mathematics abilities begins when life begins. Young children have certain mathematical-like competencies in number, spatial sense, and patterns from birth.*

Bagian kedua dari lintasan belajar terdiri dari tingkatan-tingkatan berpikir, mulai dari yang mudah sampai yang rumit, untuk membawa siswa agar dapat mencapai tujuan

pembelajaran matematika yang telah ditetapkan. Kemajuan perkembangan yang dibuat guru menggambarkan sebuah lintasan tertentu yang akan diikuti oleh siswa dalam mengembangkan pemahaman dan kemampuan mereka tentang suatu topik matematika. Perkembangan kemampuan matematika seseorang dimulai sejak mereka hidup di dunia. Anak-anak memiliki kompetensi yang mirip dengan kompetensi matematika dalam hal bilangan, indera spasial, dan pola atau bentuk dari sejak lahir. Namun, ide dan interpretasi anak-anak tentang suatu situasi atau kondisi merupakan sesuatu yang unik dan berbeda dengan ide dan interpretasi yang dimiliki oleh orang dewasa. Oleh karena itu, seorang guru yang baik akan sangat berhati-hati dengan tidak mengasumsikan bahwa anak-anak “melihat” situasi, masalah ataupun penyelesaian dari masalah tersebut sebagaimana orang dewasa melihatnya. Melainkan, guru yang baik adalah guru yang mampu menginterpretasi apa yang sedang

dilakukan dan dipikirkan oleh anak didiknya dan berusaha melihat permasalahan tersebut dari sudut pandang anak didik tersebut. Sama halnya ketika guru tersebut berinteraksi dengan siswa, dia juga mempertimbangkan tugas-tugas pembelajaran serta tindakan yang ia lakukan dari sudut pandang siswa.

### **3. Instructional Task.**

Bagian ketiga dari lintasan belajar terdiri dari set tugas instruksional atau kegiatan yang cocok untuk setiap tingkat berpikir dalam perkembangan perkembangan. Tugas ini dirancang untuk membantu anak-anak belajar ide-ide dan mempraktekkan keterampilan yang dibutuhkan untuk mencapai suatu tingkatan berpikir. Oleh karena itu guru dapat menggunakan tugas instruksional tersebut guna mendorong perkembangan berpikir siswa dari satu level ke level berikutnya . Sebagaimana dijelaskan dan Sarana & Clements(2009) sebagai berikut:

*The third part of a learning trajectory consists of set of*

*instructional tasks, matched to each of the levels of thinking in the developmental progression. These tasks are designed to help children learn the ideas and skills needed to achieve that level of thinking. That is, as teachers, we can use these tasks to promote children's growth from one level to the next.*

Penelitian Sarama & Clements(2009)

menghasilkan tiga temuan penting:

1. *Learning substantial math is critical for primary grade children.*
2. *All children have the potential to learn challenging and interesting math.*
3. *Understanding children's mathematical development helps teachers be knowledgeable and effective in teaching math.*

Dari hasil penelitiannya, Sarama dan Clements memberikan saran pendekatan pengajaran di kelas awal sebagai berikut:

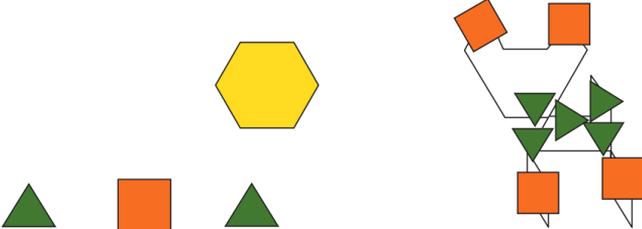
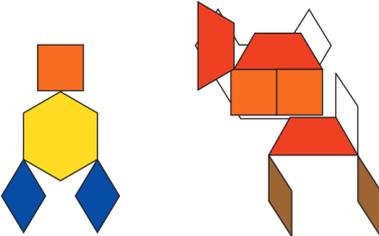
1. Mengetahui dan menggunakan lintasan belajar.
2. Menyertakan berbagai kegiatan pembelajaran.

Lintasan belajar memberikan panduan untuk kegiatan yang cenderung menantang anak-anak untuk menciptakan strategi baru dan membangun pengetahuan baru.

3. Menggunakan kombinasi strategi pengajaran.
4. Salah satu pendekatan yang efektif adalah (a) mendiskusikan masalah dengan kelompok, (b) menindaklanjuti dengan bekerja berpasangan, dan kemudian (c) mengharuskan anak-anak berbagi strategi penyelesaian dengan kelompoknya semula. Diskusikan strategi dengan anak-anak secara berpasangan dan individual. Membedakan instruksi dengan memberi kelompok atau individu jenis masalah yang berbeda.

Berikut diberikan contoh lintasan perkembangan ( *Developmental path*) untuk Komposisi Bangun Geometri .

Rentang Usia	Nama Tingkat	Tingkat	Deskripsi
2	Pre-Composer	1	Tanda paling awal suatu perkembangan adalah ketika anak dapat memanipulasi suatu bangun sendiri-sendiri tetapi belum dapat menggabungkannya untuk menyusun suatu bentuk yang lebih besar

Gambar Tingkat 1			
			
3	Pre- Decomposer	2	<p>Pada tingkat ini, anak dapat menggabungkan bentuk-bentuk(bangun), tetapi hanya dengan coba-coba.</p> <p style="text-align: center;">Gambar Tingkat 2</p> 
4	Piece Assembler	3	<p>Sekitar usia 4 tahun, anak dapat mulai membuat gambar-gambar dengan setiap bangun menyatakan suatu aturan yang tertentu(contohnya, satu bentuk tertentu untuk setiap bagian tubuh) dan bentuk sentuhan(gaya). Anak pada tingkat ini dapat mengisi suatu puzzle sederhana dengan coba-coba.</p>
Gambar Tingkat 3			
			

Sumber: [2011.pdeconference.com/player/download/index.php?...id...id...](http://2011.pdeconference.com/player/download/index.php?...id...id...)

Dari contoh tersebut, selanjutnya guru dapat menyusun *instructional task* yang sesuai dengan tiap lintasan perkembangan(*developmental path*) tersebut. Dengan memperhatikan lintasan perkembangan, maka aktivitas yang dilakukan anak akan

dapat berjalan dengan lebih lancar dan lebih mudah diingat anak. Pembelajaran yang semacam ini akan membekas dalam ingatan anak dan membuat anak senang dalam belajar matematika.

## Penutup

Mengingat pentingnya pendidikan yang berkesinambungan dari sisi konten dan proses, *Mathematical Learning Trajectory* menjadi isu penting dalam pembelajaran matematika. Proses pembuatan *Mathematical Learning Trajectory* memang membutuhkan waktu dan tenaga yang tidak sedikit. Meskipun demikian, isu ini penting untuk dapat dilakukan/ditindaklanjuti. Anak-anak memerlukan guru/pendidik yang benar-benar menjadi fasilitator bagi mereka dalam mempelajari suatu ide besar.

## Daftar Pustaka

Clements, Douglas H and Sarama, Julie. 2009. *Learning Trajectories in Early Mathematics - Sequences of Acquisition and Teaching*. Tersedia: <http://literacyencyclopedia.ca/index.php?fa=items.show&topicId=270>.

Sarama, Julie and Clements, Douglas H. 2009. *Teaching Math in the Primary Grades The Learning Trajectories Approach*. Beyond the Journal • Young Children on the Web•

Tersedia:

[www.naeyc.org/files/yc/file/Primary\\_Interest\\_BTJ.pdf](http://www.naeyc.org/files/yc/file/Primary_Interest_BTJ.pdf)

Fox, Jillian. 2006. *Practical and Theoretical Perspectives of the Dutch Learning-Teaching Trajectories*. Mathematics Teacher Education and Development. Vol. 7, 90 – 96  
Tersedia: [www.merga.net.au/documents/MTED\\_7\\_Fox.pdf](http://www.merga.net.au/documents/MTED_7_Fox.pdf)

*Learning Trajectories for Primary Grades Mathematics*. Tersedia: 2011.pdeconference.com/player/download/index.php?...id...id ...

The Rode Island University. *Creating Learning Trajectories*. Tersedia: [www.ride.ri.gov/.../DOCS/.../Learning\\_Trajectory\\_Protocol-Math.pdf](http://www.ride.ri.gov/.../DOCS/.../Learning_Trajectory_Protocol-Math.pdf).