TOPOLOGI RUANG LINEAR

Nila Kurniasih
Jurusan Pendidikan Matematika
FKIP Universitas Muhammadiyah Purworejo
Jalan KHA. Dahlan 3 Purworejo e-mail: kurniasih.nila@yahoo.co.id

Abstrak

Tulisan ini bertujuan untuk mendefinisikan topologi ruang linier dan menyelidiki homeomorphisma topologi ruang linear. Metode yang digunakan adalah studi literature. Berdasarkan definisi pada topologi, ruang topologi dan ruang linier, maka topologi ruang linier adalah suatu pasangan (X,τ) *di mana* X *adalah ruang linier dan* τ *adalah topologi pada* X, *dan operasi linier yang berlaku dalam* (X,τ), *yaitu penjumlahan* $(x,y)\to x+y$ *yang didefinisikan pada* $X\times X\to X$ *dan perkalian dengan skalar* $(\alpha,x)\to\alpha x$ *yang didefinisikan pada* $R\times X\to X$, *adalah kontinu. Dapat ditunjukkan bahwa topologi ruang linier* (X,τ) *adalah merupakan homeomorphisma.*

Kata Kunci: topologi, ruang topologi, ruang linear

Pendahuluan

Topologi adalah salah satu topik dalam bidang Analisis Real. Topolog mulai dimunculkan pada abad XVIII oleh Leonhard Euler, seorang ahli matematika Swiss,. Topologi merupakan pengembangan dari konsep-konsep seperti himpunan, interval, bilangan, fungsi, limit, persekitaran dan lain-lain. Topologi diasumsikan sebagai koleksi himpunan terbuka. Koleksi adalah himpunan dari kelas, sedangkan kelas adalah himpunan dari himpunan (Lipschutz:1985:2). Topologi disebut *topological* jika terdapat fungsi kontinu dan terbuka. Menurut Hutahean (1979:33), kekontinuan pada selang tertutup dalam R^1 berimplikasi munculnya sifat-sifat seperti keterbatasan fungsi, fungsi maksimum dan minimum, dan lain-lain. Konsep topologi pada R^1, garis riil, ruang metrik atau yang sudah ada sebelumnya mempunyai kesamaan yang bisa dianalogikan pada ruang lain, termasuk ruang linier. Ruang linier disebut ruang vektor, yaitu suatu ruang yang ditentukan oleh himpunan tak kosong dengan dua operasi yang berlaku padanya. Suatu himpunan dikatakan ruang linier jika memenuhi dua operasi aljabar, yaitu penjumlahan dan perkalian skalar dan memenuhi sifat yang berlaku pada aksioma lapangan (*field*) yaitu tertutup, asosiatif, distributif, komutatif, mempunyai elemen identitas dan mempunyai invers. Ruang linear mempunyai dua kemungkinan yaitu bebas linear dan tak bebas linier. Pembentuk *(generator)* yang menjadi basis ruang linear adalah himpunan yang bebas linier.

Topologi ruang linier adalah proses topologi pada ruang linier atau ruang metrik. Operasi pada ruang linier bersifat kontinu dan konsekuensi dari definisi tersebut adalah fungsi atau pemetaan yang didefinisikan merupakan suatu homeomorphisma, selain kontinu dan terbuka juga memenuhi fungsi bijektif.

Berdasarkan uraian tersebut, rumusan masalah yang diajukan adalah :

1. Bilamana suatu himpunan disebut topologi ruang linier?
2. Apakah topologi ruang linier adalah suatu homeomorphisma karena pemetaan yang berlaku di dalamnya adalah homeomorphisma.

Landasan Teori

1. Kedudukan Titik dan Himpunan

a. Interval

Diberikan $a,b \in R$ dengan $a < b$, Himpunan bilangan riil $\{p \in R : a < p < b\}$ disebut interval terbuka dan ditulis (a,b). Semua titik antara a dan b berada dalam interval (a,b), tetapi a,b bukan anggota (tidak terdapat) dalam interval. Himpunan $\{p \in R : a \leq p \leq b\}$ disebut interval tertutup dan ditulis $[a,b]$. Semua titik antara a dan b, dan a,b berada dalam interval $[a,b]$.

b. Persekitaran

Persekitaran titik p adalah suatu himpunan $N_r(p)$ yang terdiri atas semua titik q sehingga $d(p,q)<r$. Bilangan r disebut radius dari $N_r(p)$. Setiap persekitaran adalah himpunan terbuka.

Proposisi 1.b.1.
(Aksioma Persekitaran)

a. $N_r(p)$ *tidak kosong dan* p *termasuk ke dalam setiap anggota* $N_r(p)$

b. *Irisan dari dua anggota* $N_r(p)$ *termasuk* $N_r(p)$

c. *Setiap superset dari anggota* $N_r(p)$ *termasuk* $N_r(p)$

d. *Setiap anggota* $N \in N_r(p)$ *adalah superset dari anggota* $G \in N_r(p)$ *di mana* G *adalah persekitaran dari masing-masing titiknya, yaitu* $G \in N_r(p)$ *untuk masing-masing* $g \in G$.

c. Titik Dalam

Titik p disebut titik-dalam dari himpunan A jika terdapat interval terbuka I sedemikian sehingga $p \in I \subset A$. Himpunan semua titik-dalam dari himpunan A disebut titik-dalam dari A dan ditulis A^o. $N^0 = I^0 = Q^0 = \phi$, $R^0 = R$ dan $A^0 = A$ untuk semua A.

d. Titik Luar

Suatu titik p disebut titik-luar dari himpunan A jika terdapat persekitaran $N_r(p)$ sedemikian sehingga $N_r(p) \cap A = \phi$. Himpunan semua titik-luar dari himpunan A disebut exterior A dan ditulis A^e atau $ext(A)$.

e. Titik Limit

Definisi 1.e.1.

Diketahui $A \subseteq R$ *.Titik* $p \in R$ *dinamakan titik limit (titik kumpul) himpunan* A*, jika setiap persekitaran dari* p *mengandung suatu titik dari* A *yang berbeda dengan* p*. Himpunan titik limit dinyatakan dengan* A'*. Jadi* $p \in A'$ *jika untuk setiap* $r > 0$ *berlaku* $N_r(p) \cap A - \{p\} \neq \phi$.

Teorema 1.e.2.

Titik p *adalah titik limit himpunan* $A \subseteq R$ *, jika dan hanya jika setiap persekitaran terbuka dari* p *mengandung tak berhingga banyaknya titik dari* A.

Teorema 1.e.3.

Himpunan yang tak berhingga dan terbatas di R **selalu** *mempunyai titik limit.*

f. Himpunan Terbuka

Definisi 1.f.1.

Diketahui $A \subset R$ *. Interval terbuka* $(p-r, p+r)$ *dinamakan persekitaran terbuka dengan pusat* p *dan radius* r *dan dinyatakan dengan* $N_r(p)$.

Titik p *dinamakan titik-dalam* A*, jika ada suatu* $N_r(p)$ *yang termuat di dalam* A*. Himpunan titik-titik-dalam* A *dinyatakan dengan* A^0*.* A *dinamakan himpunan terbuka, jika setiap titik dari* A *adalah titik-dalam* A*. Jadi,* A *terbuka jika* $A^0 = A$.

Teorema 1.f.2.

Sifat himpunan terbuka :

a. ϕ dan R *adalah himpunan terbuka*
b. *Jika* A_α *suatu himpunan terbuka, untuk* $\alpha \in \Delta$ *maka* $\bigcup_{\alpha \in \Delta} A_\alpha$ *juga merupakan himpunan terbuka.*
c. *Jika* A_i *merupakan himpunan terbuka untuk i = 1,2,3,…………,n maka* $\bigcap_{i=1}^{n} A_i$ *juga merupakan himpunan terbuka.*

Teorema 1.f.3.

Setiap himpunan terbuka di R *adalah gabungan terbilang interval terbuka yang saling lepas.*

g. Himpunan Tertutup

Definisi 1.g.1.

Suatu himpunan A *dikatakan tertutup jika* $A' \subseteq A$*. Penutup himpunan* A *didefinisikan sebagai gabungan* A' dan A *dan dinyatakan dengan* A*. Jadi* $\overline{A} = A \cup A'$*. Himpunan titik* *limit* $A^{'}$ *dinyatakan dengan* $A^{''}$ *, jadi* $K^{''}=\left(K^{'}\right)^{'}$.

Lemma 1.g.2.

$A^{'}$ *adalah himpunan tertutup , jadi* $A^{''}\subseteq A^{'}$.

Lemma 1.g.3.

Jika $A\subseteq B$ *maka* $A^{'}\subseteq B^{'}$.

Lemma 1.g.4.

$(A\cup B)^{'}=A^{'}\cup B^{'}$.

Teorema 1.g.5.

Setiap himpunan terbuka di R *dapat dituliskan sebagai gabungan terbilang himpunan tertutup.*

2. Fungsi

Misalkan masing-masing elemen dari himpunan A dipasangkan dengan suatu elemen tunggal dari himpunan B; suatu koleksi, f, yang memasangkan elemen-elemen tersebut disebut fungsi (atau pemetaan) dari (atau pada) A ke B dan ditulis $f:A\rightarrow B$ *atau* $A\xrightarrow{f}B$. Elemen tunggal pada B yang dipetakan $a\in A$ dengan f ditulis $f(a)$ dan disebut nilai dari f pada a atau bayangan (*image*) dari a di bawah fungsi f. Jika $f(A)=B$, maka dapat dikatakan bahwa $f:A\rightarrow B$ adalah fungsi dari A kepada (*onto*) B; dapat dikatakan juga bahwa fungsi $f:A\rightarrow B$ adalah *surjektif.* Selanjutnya, $f:A\rightarrow B$ adalah surjektif jika dan hanya jika untuk setiap titik b dalam , terdapat paling sedikit satu titik a dalam A sedemikian sehingga $f(a)=b$. Fungsi $f:A\rightarrow B$ disebut satu-satu atau *injektif* jika dan hanya jika image (bayangan) dari titik-titik yang berbeda dalam A adalah berbeda; dengan kata lain, f adalah injektif jika dan hanya jika, untuk sembarang titik a dan b anggota A, $a\neq b$ mengakibatkan $f(a)\neq f(b)$. Fungsi $f:A\rightarrow B$ disebut bijektif jika surjektif dan injektif. Diketahui $f:A\rightarrow B$ adalah fungsi bijektif. Kemudian, untuk masing-masing titik b dalam B, invers image $f^{-1}(b)$ dari b selalu singleton, yaitu titik tunggal dalam A. Tanda $b\rightarrow f^{-1}(b)$

mendefinisikan suatu fungsi dari B ke A yang disebut fungsi invers dari f dan ditulis $f^{-1}: B \to A$. Jelas, bahwa f^{-1} fungsi bijektif.

a. Limit Fungsi

Definisi 2.a.1

Diketahui $A \subset R$, p titik-limit A dan $f: A \to R$ suatu fungsi. Lambang $\lim_{x \to p} f(x) = L$ berarti untuk setiap $\varepsilon > 0$ ada $\delta > 0$ sehingga $|f(x) - L| < \varepsilon$ bila $x \in N_\delta(p) \cap A$ dan $x \neq p$.

b. Fungsi Kontinu

Definisi 2.b.1

Diketahui $A \subset R$ dan $f: A \to R$ suatu fungsi. Fungsi f dikatakan kontinu di titik $p \in A$, jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ ada $\delta > 0$ sehingga $|f(x) - f(p)| < \varepsilon$ bila $x \in N_\delta(p) \cap A$. *Fungsi f dikatakan kontinu, jika fungsi f kontinu di setiap titik $p \in A$.*

Teorema 2.b.2

Diketahui $A \subset R$, $p \in A \cap A^1$ dan $f: A \to R$ suatu fungsi. Fungsi f kontinu di p, jika dan hanya jika $\lim_{x \to p} f(x) = f(p)$.

Teorema 2.b.3

Jika f dan g dua fungsi bernilai riil dengan daerah definisi $A \subset R$ dan k bilangan tetap, f dan g kedua-duanya kontinu, maka fungsi $f + g, kg$, fg dan $\frac{f}{g}$ *adalah kontinu.*

Teorema 2.b.4.

Diketahui $f: R \to R$ suatu fungsi. Fungsi f kontinu jika dan hanya jika untuk setiap himpunan terbuka $G \in R$, $f^{-1}(G)$ merupakan himpunan terbuka.

Definisi 2.b.5.

Diketahui f kontinu pada interval terbuka (a,b), jika f kontinu di setiap titik (a,b). Fungsi f kontinu pada interval tertutup $[a,b]$ jika kontinu di (a,b), kontinu kanan di a dan kontinu kiri di b.

3. Fungsi Terbuka dan Tertutup

Suatu fungsi kontinu mempunyai sifat bahwa *invers image* setiap himpunan terbuka adalah terbuka dan *invers image* setiap himpunan tertutup adalah tertutup. Definisi dari fungsi terbuka dan tertutup adalah:

a. Suatu fungsi $f : X \to Y$ disebut fungsi terbuka atau fungsi interior jika image dari setiap himpunan terbuka adalah terbuka.

b. Suatu fungsi $g : X \to Y$ disebut fungsi tertutup jika image dari setiap himpunan tertutup adalah tertutup.

4. Homeomorphisma

Definisi 4.1. (Homeomorphisma)

Fungsi bijektif yang kontinu (satu-satu dan kepada) $f : X \to Y$, sedemikian hingga $f^{-1} : Y \to X$ juga kontinu, disebut homeomorphisma dan ditulis $f : X \cong Y$.

5. Ruang Linear

Definisi 5.1.

X adalah himpunan dari elemen-elemen yang selanjutnya disebut point, dan dinotasikan dengan huruf kecil: x, y, … Diasumsikan bahwa masing-masing pasangan elemen x, y dapat dikombinasikan dengan proses yang disebut penjumlahan untuk menghasilkan elemen yang dinotasikan $z = x + y$ .Diasumsikan juga bahwa masing-masing bilangan real α dan elemen x dapat dikombinasikan dengan proses yang disebut perkalian untuk menghasilkan elemen lain yang dinotasikan dengan $y = \alpha x$. Himpunan X dengan dua proses tersebut disebut ruang linear jika aksioma berikut terpenuhi:

a. $x + y = y + x$

b. $(x + y) + z = x + (y + z)$

c. Dalam X terdapat elemen tunggal, 0 dan disebut elemen nol sehingga $x + 0 = x$

d. Untuk masing-masing x *berkorespondensi dengan elemen tunggal* $-x$ *sehingga* $x+(-x)=0$

$e.\ \alpha(x+y)=\alpha x+\alpha y$

$f.\ (\alpha+\beta)x=\alpha x+\beta y$

$g.\ \alpha(\beta x)=(\alpha\beta)x$

$h.\ 1.x=x$

$i.\ 0.x=0$

j. Jika $(-1)x=-x$ *dan* $0.\alpha=0$ *dapat dituliskan* $x-y=x+(-y)$

6. Topologi dan RuangTopologi

Topologi dilambangkan dengan τ dan merupakan koleksi dari himpunan-himpunan sedemikian hingga:

i. Himpunan kosong, ϕ, adalah anggota koleksi

ii. Irisan dari dua anggota koleksi juga di dalam koleksi

iii. Gabungan dari subkoleksi juga di dalam koleksi

Jika τ adalah suatu topologi, didefinisikan X adalah gabungan dari semua anggota τ. Katakanlah X adalah ruang dari τ dan τ adalah topologi pada X. Pasangan (X, τ) disebut ruang topologi. Masing-masing anggota τ disebut himpunan terbuka pada X. Dengan aksioma di atas, maka X adalah terbuka.

Topologi dalam himpunan X, yaitu koleksi tak kosong $\tau \subseteq 2^{x}$ dari himpunan-himpunan terbuka dalam X, disebut himpunan terbuka yang memenuhi empat aksioma berikut :

i. Himpunan kosong ϕ adalah terbuka

ii. Himpunan X itu sendiri terbuka

iii. Gabungan dari koleksi himpunan terbuka adalah terbuka

iv. Irisan dari dua himpunan terbuka adalah terbuka.

Himpunan X dikatakan tertopologi jika topologi τ diberikan dalam X. Himpunan tertopologi X disebut ruang topologi, singkatnya ruang, dan topologi τ dalam X disebut topologi dari ruang X. Himpunan-himpunan terbuka dalam τ disebut himpunan-himpunan terbuka dalam ruang X.

Pasangan (X,τ) yang terdiri atas himpunan X dan topologi τ pada X disebut ruang topologi.

i. Karena 2^x adalah koleksi dari semua himpunan bagian-himpunan bagian dari X, 2^x adalah topologi. Topologi ini disebut topologi diskrit yang mengandung anggota maksimal yang mungkin dari himpunan.

ii. X merupakan perwakilan dari himpunan. Koleksi $\tau=\{\phi,X\}$ adalah topologi pada X. Topologi ini disebut topologi tak diskrit (topologi trivial) pada X, yang mengandung anggota paling sedikit dari himpunan. Anggota yang topologi disebut titik. Anggota dari τ disebut himpunan terbuka dari ruang topologi (X,τ).

Pembahasan

Berikut ini dibahas definisi topologi ruang linier dan beberapa sifat yang berlaku dalam topologi ruang linier.

1. Pengertian Topologi Ruang linier

Definisi:

Topologi ruang linier adalah suatu pasangan (X ,τ) di mana X adalah ruang linier dan τ adalah suatu topologi pada X sedemikian hingga operasi aljabar dalam X adalah kontinu. Lebih spesifik tentang kontinuitas, dikatakan bahwa dua pemetaan $(x,y)\rightarrow x+y$ dan $(\alpha,x)\rightarrow \alpha x$ adalah kontinu, yang pertama didefinisikan pada $X\times X\rightarrow X$ dan yang kedua didefinisikan pada $R\times X\rightarrow X$.

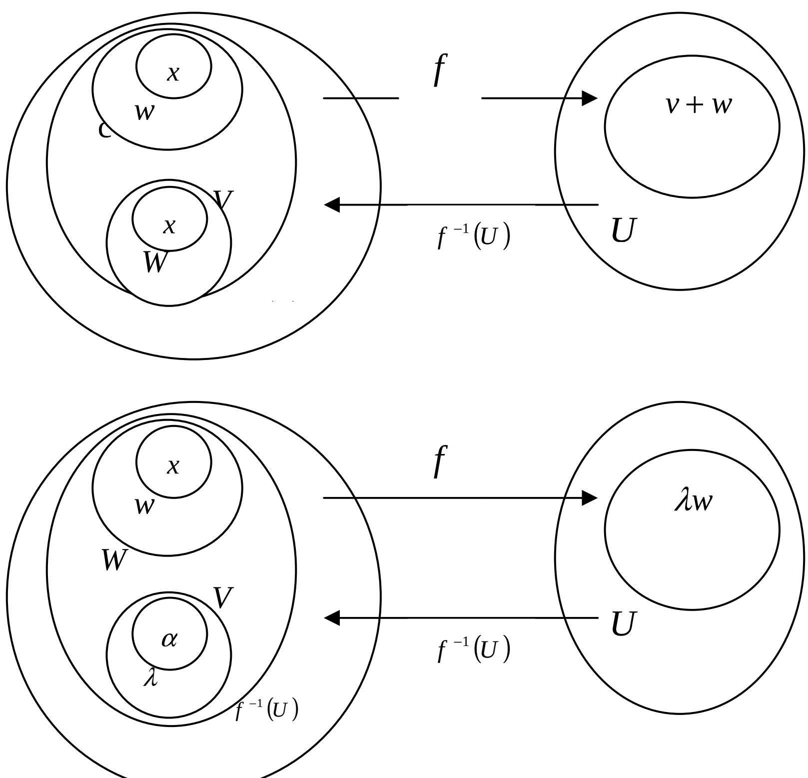
Himpunan yang ada dalam koleksi τ disebut himpunan-himpunan terbuka, dan persekitaran dari titik x adalah suatu himpunan U sedemikian hingga untuk suatu himpunan terbuka O terdapat $x\in O\subset U$. Aksioma kontinuitas tersebut dapat dinyatakan dalam istilah persekitaran berikut :

a. Jika U adalah persekitaran $x+y$, maka terdapat persekitaran V dari x dan persekitaran W dari y sedemikian hingga $v+w$ berada di dalam U di mana $v \in V$ dan $w \in W$.

b. Jika U adalah persekitaran dari αx, maka terdapat persekitaran V dari α dan W dari x sedemikian hingga $\lambda w \in U$ di mana $\lambda \in V$ dan $w \in W$.

Jika $v \in V$ dan $w \in W$ adalah himpunan terbuka, maka U adalah himpunan terbuka, dan $f^{-1}(U)$ juga terbuka.

Keduanya direpresentasikan pada gambar berikut.



Gambar 1. Gambar Representasi Aksioma Kontinuitas

Jika $\lambda \in V$ dan $w \in W$ adalah himpunan terbuka maka U adalah himpunan terbuka, dan $f^{-1}(U)$ juga terbuka.

Operasi penjumlahan dan perkalian skalar dalam topologi ruang linier digunakan untuk mengoperasikan persekitaran, karena setiap persekitaran adalah himpunan terbuka dan hasil dari kedua operasi juga merupakan himpunan terbuka. Sehingga, operasi dalam topologi ruang linier adalah kontinu.

2. Homeomorphisme Topologi Ruang Linier

Berdasarkan definisi tentang topologi ruang linier dan teorema kontinuitas fungsi, dapat diasumsikan bahwa topologi ruang linier memenuhi sifat homeomorphisma. Sehingga sifat-sifat yang berlaku dalam topologi ruang linier adalah sebagai berikut :

a. Topologi ruang linier adalah suatu homeomorphisma karena translasi (pemetaan) yang berlaku padanya adalah homeomorphisma

Teorema 2.a.1

Topologi ruang linier merupakan suatu homeomorphisma.

Bukti :

Diberikan $x, y \in X$ dan α adalah skalar. Berdasarkan bukti tentang kontinuitas fungsi pada topologi ruang linier, dengan menggunakan syarat kontinu akan dibuktikan bahwa topologi ruang linier merupakan suatu homeomorphisma.

Jika A, G suatu himpunan terbuka dalam X, $f : A \to G$ sehingga $f(A) = G$ suatu fungsi terbuka, dan $f^{-1}(G) \subseteq A$ membuktikan suatu kontinuitas fungi pada f, maka dapat dianalogikan untuk membuktikan kontinuitas pada f^{-1}, yaitu jika adalah himpunan terbuka, maka $\left(f^{-1}(G)\right)^{-1}$ juga merupakan himpunan terbuka. Berdasarkan aksioma bahwa $\left(f^{-1}\right)^{-1} = f$, untuk $f^{-1}(G) = \Im \subseteq A$, dapat diasumsikan bahwa $\left(f^{-1}(G)\right)^{-1} = f(\Im)$ suatu himpunan terbuka yang merupakan peta dari himpunan terbuka dalam $f^{-1}(G)$. Dengan kata lain, $f^{-1}(G)$ adalah kontinu. Karena syarat homeomorphisma adalah bijektif, f kontinu dan f^{-1} kontinu, maka topologi ruang linier memenuhi syarat homeomorphisma. ■

Teorema 2.a.2

X adalah Topologi ruang linier, $a \in X, G \subset X$. Kemudian $G \in N(a)$ jika dan hanya jika $G - a \in N$. Dengan kata lain, $a + U \in N(a)$ jika dan hanya jika $U \in N$.

Bukti :

Untuk a tetap, pemetaan $x \to x + a$ adalah kontinu. Invers dari pemetaan tersebut, $x \to x - a$ juga kontinu. Karena itu, pemetaan tersebut adalah homeomorphisma dari X ke dirinya sendiri dan juga persekitaran yang membentuk X. ■

Teorema 2.a.3

X adalah Topologi Ruang Linier dan $U \in N$. Maka $\alpha U \in N$ untuk setiap $\alpha \neq 0$

Bukti :

$\alpha \in K$, selain itu αU kurang berarti. Pemetaan $x \to \alpha x$ adalah kontinu, sebagaimana inversnya $x \to (1/\alpha)x$, maka pemetaan ini adalah homeomorphisma dari X kepada dirinya sendiri dan karena itu membentuk himpunan terbuka. ■

Penutup

Dari studi literature tentang topologi ruang linear dapat disimpulkan bahwa :

1. Topologi tuang linier adalah pasangan (X ,τ) di mana X adalah ruang linier dan τ adalah suatu topologi pada X sedemikian hingga operasi aljabar dalam X, yaitu dua pemetaan $(x, y) \to x + y$ didefinisikan pada $X \times X \to X$ dan $(\alpha, x) \to \alpha x$ didefinisikan pada $R \times X \to X$ adalah kontinu.
2. Berdasarkan definisi topologi ruang linier maka dapat ditunjukkan homeomorphisma topo-

logi ruang linier karena translasi (pemetaan) yang berlaku di dalamnya adalah homeomorphisma.

Topologi ruang linier masih bisa dikembangkan terutama pada sifat-sifatnya yang merupakan analogi dari sifat-sifat yang berlaku dalam topologi ruang lain yang sebenarnya merupakan implikasi dari proses topologi.

Menggunakan teori dasar himpunan yang dikembangkan dalam analisis real dan aljabar, dapat menemukan modifikasi topologi ruang linier.

Daftar Pustaka

Cheney, W. 2001. *Analysis for Applied Mathematics*. New York: Springer.

Gupta, S.L., Rani, N. 2000. *Fundamental Real Analysis. Forth Revision and Enlarged Edition*. New Delhi : Vikas Publishing House PVT LTP.

Hutahean, E. 1979. *Fungsi Riil*. Bandung: Penerbit ITB.

Hu, S. 1967. *Element of Real Analysis*. California: Holden-Day, Inc.

Kifli, B.,Usman, M. 1985. Prinsip-Prinsip Matematika. Bandung: Penerbit Sinar Baru

Lipschutz, S. 1981. Theory and Problems of General Topology. International Edition Schaum's Outline Series. Singapore: McGraw-Hill Book Company.

Milewski, E. G. 1994. The Topology Problem Solver. New Jersey : Research and Education Assosiation.

Purcell, E. J., Varberg, D. Diterjemahkan oleh : Susila, I N., Kartasasmita, B., Rawuh. 1987. Kalkulus dan Geometri Analitik. Jilid 1. Edisi Keempat. Jakarta : Penerbit Erlangga.

Rudin, W. 1976. Principles of Mathematical Analysis. USA: McGraw-Hill, Inc.

Silaban, P., Anton, H. 1985. Aljabar Linear Elementer. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Taylor, A. E., Lay, D. C. 1980. Introduction to Functional Analysis. New York: John Wiley & Sons.

Wahyudin. 1987. Dasar-Dasar Topologi. Bandung: Penerbit Tarsito.

Wilansky, A. 1978. Modern Methods in Topological Vector Spaces. USA: McGraw-Hill, Inc.