# APLIKASI DISTRIBUSI LOGNORMAL DALAM STATISTIKA

**Abu Syafik**
Jurusan Pendidikan Matematika
FKIP Universitas Muhammadiyah Purworejo

**Abstrak**

*Salah satu distribusi yang penting dan banyak digunakan dalam statistika adalah distribusi normal. Karena distribusi normal merupakan dasar dari statistika maka distribusi normal merupakan dasar hukum untuk semua distribusi peluang. Terutama distribusi peluang dengan peubah acak kontinu. Satu-satunya distribusi peluang dengan peubah acak kontinu yang mengikuti hukum distribusi normal adalah distribusi lognormal.*

*Distribusi Lognormal mengikuti hukum distribusi normal, karena distribusi lognormal diperoleh dari transformasi peubah acak pada fungsi densitas distribusi Normal.*

**Kata Kunci:** *distribusi normal, fungsi densitas, aplikasi*

## Pendahuluan

Statistika adalah ilmu yang berhubungan dengan pengumpul- an pengaturan, perhitungan, peng-gambaran dari penganalisisan data, serta penarikan kesimpulan dan pengambilan keputusan yang rasio-nal berdasarkan hasil analisis yang dilakukan. Penerapan (aplikasi) statistika digunakan dalam berbagai bidang seperti ilmu fisika, ilmu teknik, perdagangan atau usaha, ilmu kesehatan dan biologi, ilmu sosial dan pendidikan.

Dalam penerapan statistika digunakan berbagai metode statis- tika sesuai dengan kebutuhan. Salah satu metode statistika yang diguna-kan adalah distribusi peluang. Pada Statistika Matematika1 telah dipela-jari beberapa distribusi peluang khusus yang penting baik distribusi peluang dengan peubah acak diskrit maupun distribusi peluang dengan peubah acak kontinu. Salah satu distribusi peluang dengan peubah acak kon-tinu adalah distribusi normal.

Distribusi normal merupa-kan salah satu distribusi yang pen- ting dan banyak digunakan. Karena distribusi normal merupakan hu- kum peluang untuk distribusi pelu- ang terutama. Distribusi peluang dengan peubah acak kontinu. Ada satu distribusi peluang dengan pe- ubah acak kontinu yang mengikuti distribusi normal yaitu distribusi lognormal.

**Distribusi Lognormal**

Distribusi lognormal dalam bentuk sederhana adalah fungsi densitas dari sebuah peubah acak yang logaritmanya mengikuti hu-kum distribusi normal.Adapun de-finisi dari distribusi lognormal ada-lah sebagai berikut :

**Definisi 1:**

Misalkan sebuah peubah acak X mempunyai ruang range atau daerah hasil $Rx = \{x / 0 < x < \infty\}$ dan Y = lnX mengikuti distribusi normal dengan rata-rata $\mu_1$ dan varians $\sigma_y^2$.

Fungsi densitas dari peubah acak X didefinisikan sebagai :

$$f(x) = 1/2 (2\pi\sigma_y^2)^{1/2}$$

$$\left]\left(\left[\exp\left[[-\left[\frac{1}{2\sigma_y^2}(\ln x \quad \pi)^2\right], x > \right] 0\right]\right)\right]$$

$$= 0, \qquad \text{x lainnya}$$

Fungsi densitas pada definisi 1 diperoleh dari distribusi normal dengan mentransformasikan peu-bah acaknya. Berikut uraian bagai-mana fungsi distribusi lognormal diperoleh.

Misalkan X dan Y adalah dua buah peubah acak dengan Y mengikuti distribusi normal. Jika X = exp (Y) atau Y = ln X, maka distribusi peubah acak X diperoleh dengan mentransformasikan peu-bah acak Y = ln X, yaitu:

$$f(x) = g(y) \left|\frac{dx}{dx}\right|$$

dengan g(x) adalah fungsi densitas dari distribusi normal. Hubungan nilai y dari Y dengan x dari X diberikan dengan

$$y = \ln x, \text{ maka } \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} \textit{ sehingga } \left|\frac{dx}{dx}\right|$$

$$= \left|\frac{1}{x}\right|$$

maka fungsi densitas dari distribusi lognormal berbentuk:

$$f(x) = \frac{1}{2}(2\pi\sigma_y^2)^{\frac{1}{2}} \quad \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_y^2}(\ln x \quad \pi)^2 \;, x > 0\right]$$

$$= 0 \text{ , } x \text{ lainnya}$$

Kita periksa bahwa f(x) yang diperoleh merupakan fungsi densitas.

(i) $f(x) \geq 0$, untuk setiap $x > 0$

(ii) $\int\_ f(x)\, dx$

$$= \int_0 -\tfrac{1}{2}(2\pi\sigma_y^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_y^2}(\ln x - \pi_y)^2\right]dx$$

Misal $z = \dfrac{\ln x - \mu_y}{\sigma_y}$ maka

$$dz = \frac{1}{x\sigma_y} dx$$

Batas-batas dalam z

untuk $x \to 0$, maka $z \to -\infty$

untuk $x \to \infty$, maka $z \to \infty$

sehingga diperoleh

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi)^{-\frac{1}{2}} exp\left[-\tfrac{1}{2}z^2\right]dx$$

$$= 2\int_0^{\infty} (2\pi)^{-\frac{1}{2}} exp\left[-\tfrac{1}{2}z^2\right]dx$$

Kita ingat bahwa

$$\int_0^{\infty} exp\left[-au^2\right]du = \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{\pi}{a}\right)^{\frac{1}{2}}, a > 0$$

Maka $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$.

Jadi, fungsi (fx) pada definisi 1 merupakan fungsi densitas.

Kita akan menentukan parameter dari besaran-besaran yang berkaitan dengan distribusi lognormal, seperti: rata-rata, varians, modus, median, momen,ukuran kemiringan dan ukuran keruncingan.

## 1. Rata-rata dan Varian

Jika kita memperhatikan defi- nisi 1,maka terdapat dua para- meter dan distribusi lognormal yaitu $\mu_y$ dan $\sigma_y^2$. Rata-rata dan varians dari dis- tribusi lognormal adalah

$$E(X) = \mu_y = \int_{-\infty}^{\infty} x.f(x)dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x.\tfrac{1}{x}(2\pi\sigma_y^2)^{-\frac{1}{2}} exp\left[-\tfrac{1}{2\sigma_y^2}(\ln x - \mu_y)^2\right]dx$$

misal $z = \dfrac{\ln x \quad \mu_y}{\sigma_y}$, maka dz = $\frac{1}{x\sigma_y}dx$

$x = \exp(\sigma_y z + \mu_y)$

Batas-batas dalam z

untuk $x \to 0$, maka $z \to -\infty$

untuk $x \to \infty$, maka $z \to \infty$

sehingga:

$$E(X) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} exp(\sigma_y z + \mu_y)(2\pi)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\tfrac{1}{2}z^2\right]dx$$

$$= \exp(\mu_x + \tfrac{1}{2}\sigma_y^2)\int_{-\infty}^{\infty}(2\pi)^{-\frac{1}{2}} exp\left[-\tfrac{1}{2}(z^2 - \sigma_y^2)\right]dx$$

$$\mu_x = \exp\left[\mu_y + \tfrac{1}{2} - \sigma_y^2\right]$$

Sedangkan untuk memperoleh varians kita perlu menghitung

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 . f(x)dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x.\tfrac{1}{x}(2\pi\sigma_y^2)^{-\frac{1}{2}} exp\left[-\tfrac{1}{2\sigma_y^2}(\ln x - \mu_y)^2\right]dx$$

$$= \exp(\mu_x + \tfrac{1}{2}\sigma_y^2)\int_{-\infty}^{\infty}(2\pi)^{-\frac{1}{2}} exp\left[-\tfrac{1}{2}(z^2 - \sigma_y^2)\right]dx$$

misal z = $\frac{\ln x \quad \mu_y}{\sigma_y}$,

maka dz = $\frac{1}{x\sigma_y}dx$

$x = \exp(\sigma_y z + \mu_y)$

Batas-batas dalam z

untuk $x \to 0$, maka $z \to -\infty$

untuk $x \to \infty$, maka $z \to \infty$

sehingga:

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(2\sigma_y z + 2\mu_y)(2\pi)^{-\frac{1}{2}} exp\left[-\tfrac{1}{2}z^2\right]dx$$

$$= \exp(2\mu_y) + 2\sigma_y^2 \int_{-\infty}^{\infty}(2\pi)^{-\frac{1}{2}} exp\left[-\tfrac{1}{2}(z^2 - 4\sigma_y z + 4\sigma_y^2)^2\right]dx$$

$$= \exp(2\mu_y) + 2\sigma_y^2 \int_{-\infty}^{\infty}(2\pi)^{-\frac{1}{2}} exp\left[-\tfrac{1}{2}z^2 - 2\sigma_y)^2\right]dx$$

$$= \exp(2\mu_y) + 2\sigma_y^2$$

sehingga:

$$Var(X) = \sigma_x^2 = E(X^2) - \left[E(X)^2\right]$$

$$= \exp\left[2\mu_y + 2\sigma_y^2\right] - \left[\exp(\mu_y + \tfrac{1}{2}\sigma_y^2)\right]^2$$

$$\sigma_x^2 = \exp\left[2\mu_y + 2\sigma_y^2\right] - \left[\exp(\sigma_y^2) - 1\right]$$

Apabila rata-rata dan varians dari Y dinyatakan dalam rata-rata dan varians dari X, maka dari

$$\sigma_x^2 = \exp\left[2\mu_y + 2\sigma_y^2\right] - \left[\exp(\sigma_y^2) - 1\right]$$

$$= \pi_y^2 \,[\exp(\sigma_y^2)\text{-}1]$$

$$\exp(\sigma_y^2) = \left(1 + \frac{\sigma\frac{2}{x}}{\mu\frac{2}{x}}\right)$$

$$\text{atau } \sigma_y^2 = \ln\left(1 + \frac{\sigma\frac{2}{x}}{\mu\frac{2}{x}}\right),$$

dan dari

$$\mu_x = \exp(\mu_y + \tfrac{1}{2}\sigma_y^2)$$

$\ln \mu_x = \mu_y + \frac{1}{2}\sigma_y^2$

$\mu_y = \ln \mu_x - \frac{1}{2}\sigma_y^2$

$\mu_y = \ln \mu_x - \frac{1}{2}\ln\left(1 + \frac{\sigma \frac{2}{x}}{\mu \frac{2}{x}}\right)$

$\mu_y = \ln \mu_x - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\mu_x^2 + \sigma_y^2}{\mu_y^2}\right)$

$\mu_y = \ln \mu_x - \frac{1}{2}[\ln(\mu_x^2 + \sigma_x^2) - \ln \mu_y^2)$

$\mu_y = \ln\mu_x - \frac{1}{2}[\ln(\mu_x^2 + \sigma_x^2) + \frac{1}{2}\ln \mu_x^2$

$\mu_y = 2 \ln \mu_x - \frac{1}{2}\ln(\mu_x^2 + \sigma_x^2)$

$\mu_y = \ln \mu_x - \frac{1}{2}[\ln(\mu_x^2 + \sigma_x^2)$

$\mu_y = \ln\left(\frac{\mu_x^2}{\sqrt{\mu_y^2 + \sigma_x^2}}\right)$

**2. Modus dari Median**

Modus dari sebuah distribusi didefinisikan sebagai nilai x yang mengakibatkan nilai fungsi kepadatan peluang f(x) mencapai maksimum.Nilai f (x) akan maksimum jika dan hanya jika f'(x) = 0. Dari definisi 1 kita tahu bahwa:

$f(x) = \frac{1}{x}\left(2\mu\sigma_y^2\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_y^2}(\ln x - \mu_y)^2\right], x > 0$

maka

$f'(x) = -\frac{1}{x^2}\left(2\mu\sigma_y^2\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_y^2}(\ln x - \mu_y)^2\right]$

$-\left[\frac{\ln(x) - \mu_y^2}{\sigma_y^2}\right]\frac{1}{x^2}(2\mu\sigma_y^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\mu\sigma_y^2}\left(\ln x - \mu_y)^2\right)\right]$

Karena f' (x) = 0, maka

$\frac{1}{x^2}\left(2\mu\sigma_y^2\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_y^2}(\ln x - \mu_y)^2\right] =$

$\left[\frac{\ln(x) - \mu_y^2}{\sigma_y^2}\right]\frac{1}{x^2}(2\mu\sigma_y^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\mu\sigma_y^2}\left(\ln x - \mu_y)^2\right)\right]$

sehingga $\sigma_y^2 = [\ln x - \mu_y]$ atau

$\ln x = -\sigma_y^2$ atau

$x = \exp(\mu_y - \sigma_y^2)$

Jadi modus dari distri-busi lognormal terjadi pada:

$x = \exp(\mu_y - \sigma_y^2)$

Sedangkan median dari sebuah distribusi didefinisikan sebagai nilai x sedemikian sehingga (X ≤ x ) = P (X > x). Dari definisi 1 kita ketahui bahwa Y = ln X dengan rata-rata $\mu_y$ dari varians $\sigma_y^2$, sehingga:

$P(X \le x) = P(X > x)$

$P(\ln X \le \ln x) = P(\ln X > \ln x)$

$P(Y \le \ln x) = P(Y > \ln x)$

$P\left(Z \le \frac{\ln x \quad \mu_y}{\sqrt{\sigma_y^2}}\right) = P\left(Z > \frac{\ln x \quad \mu_y}{\sqrt{\sigma_y^2}}\right)$

Hal di atas akan terjadi jika hanya jika $\frac{\ln x}{\sqrt{\sigma_y^2}}\left\{\mu_y\right. = 0 \left.\right\}$

Sehingga ln x - $\mu_y$ = 0 atau

x = exp ($\mu_y$)

Jadi media dari distribusi lognormal terjadi pada x = exp ($\mu_y$)

## 3. Momen

Nilai ekspektasi dari X (ditulis E(X) adalah momen kesatu sedangkan E (X) adalah rata-rata, maka rata-rata merupakan momen kesatu. Sehingga momen kesatu distribusi lognormal adalah :

$$\mu_1 = \exp(\mu_y + \tfrac{1}{2}\sigma_y^2)$$

Nilai ekspektasi $X^2$ (ditulis $E(X^2)$) merupakan momen kedua. Sehingga momen kedua dari distribusi lognormal adalah : $\mu_2 = \exp(2\mu_y + 2\sigma_y^2)$

Nilai ekspektasi $X^3$ (ditulis $E(X^3)$) merupakan momen ketiga. Sehingga momen ketiga dari distribusi lognormal ada-lah: $\mu_3 = \exp(3\mu_y + \frac{9}{2}\sigma_y^2)$

Secara umum momen ke-k:

$$\mu_k = \exp(k_1\mu_y + \tfrac{1}{2}k^2\sigma_y^2)$$

Sedangkan momen ketiga dan keempat sekitar rata-rata adalah

$$\mu_3 = \mu_3 - 3\,\mu_{1.}\mu_3 + 2(\mu_1)^3$$

$$= \exp(3\mu_y + \frac{9}{2}\sigma_y^2) - 3$$

$$= \left[\exp(\mu_x + \tfrac{1}{2}\sigma_y^2)\right]\left[\exp\left(2\mu_y + \frac{4}{2}\sigma_y^2\right)\right]$$

$$+2\left[\exp\left(\mu_y + \frac{1}{2}\sigma_y^2\right)\right]$$

$$= \left[\exp(3\mu_x + \frac{9}{2}\sigma_y^2)\right]$$

$$-3\left[\exp\left(3\mu_y + \frac{5}{2}\sigma_y^2\right)\right]$$

$$+2\left[\exp\left(3\mu_y + \frac{3}{2}\sigma_y^2\right)\right]$$

$$= \left[\exp(3\mu_x + \frac{3}{2}\sigma_y^2)\right]$$

$$\left[\exp\left(\sigma_y^2\right) - \exp\left(\sigma_y^2\right) + 2\right]$$

$$= \left[\exp(\mu_x + \frac{1}{2}\sigma_y^2)\right]^3$$

$$\left[\exp\left(3\sigma_y^2\right) - 3\exp\left(\sigma_y^2\right) + 2\right]$$

**4. Ukuran Kemiringan**

Untuk menentukan mo-del lengkungan kurva dari suatu distribusi ditinjau dari koefisien kemiringannya, kita harus meng-hitung dahulu koefisien kemi-ringan. Koefisien kemiringan diperoleh dengan menggunakan rumus:

$$\zeta_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

dengan $\zeta_1$ : koefisien ketiga sekitar rata-rata

$\mu_3$ : momen ketiga sekitar rata-rata

$\sigma$ = simpangan baku suatu distribusi

Sehingga koefisien kemiringan distribusi lognormal adalah:

$$\varsigma_1 = \frac{(\mu_x)^3([\exp(\sigma_y^2) - 1]^3 + 3[\exp(3\sigma_y^2) - 1]^2)}{(\mu^2[\exp(\sigma^2) - 1])^{\frac{3}{2}}}$$

$$\varsigma_1 = [\exp(\sigma_y^2) - 1]^{\frac{3}{2}} + 3[\exp(\sigma_y^2) - 1]^{\frac{1}{2}}$$

**5. Ukuran Keruncingan (Kur-tosis)**

Untuk menentukan ke-runcingan kurva dari suatu distribusi digunakan rumus:

$$\zeta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

dengan $\zeta_2$ : koefisien keruncingan

$\mu_4$ : momen keempat sekitar rata-rata

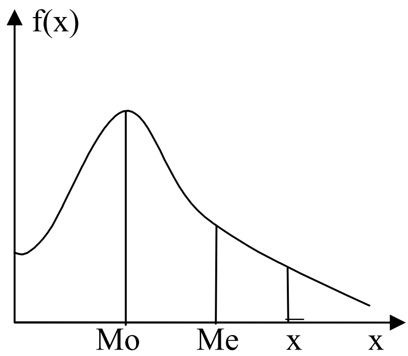
$\sigma$ = simpangan baku

Sehingga koefisien keruncingan distribusi lognormal adalah:

$$\varsigma_2 = [\exp(\sigma_y^2) + 1]^4 + 6[\exp(\sigma_y^2) - 1]^3 + 15[\exp(\sigma_y^2) + 1]^2 + 16[\exp(\sigma_y^2) - 1]$$

**Grafik Distribusi Lognormal**

Dari hasil perhitungan sebelumnya, seperti rata-rata modus, median, ukuran kemiringan dan ukuran keruncingan, maka grafik dari distribusi lognormal digambarkan sebagai berikut:




Gambar 2.

Contoh soal dan penyelesaian:

1. Misalkan x adalah peubah acak dengan Y = ln X yang meng-ikuti distribusi lognormal dengan rata-rata

   $\mu_y = 50$ dan

   varians $\sigma_y^2 = 25$.

   Tentukan:

   a. Rata-rata, varians, modus, dan median dari peubah acak X

   b. $P(x \le 10)^{21}$

   Penyelesaian:

   a. $\mu_x = \exp(\mu_x + \frac{1}{2}\sigma_y^2)$

   $= 1{,}39 \times 10^{27}$

   $\sigma_x^2 = \exp(2\mu_y + \sigma_y^2)[\exp(\sigma_y^2) - 1]$

   $= 1{,}39 \times 1085$

   $Mo = \exp(\mu y - \sigma_y^2)$

   $= 7{,}20 \times 1010$

   $Me = \exp(\mu y)$

   $= 5{,}18 \times 1010$

   b. $P(X) \le 10^{21})$

   $= P(\ln X \le 10^{21})$

   $= P(Y \le 10^{21})$

   $= P(Z \le \frac{10^{21} \quad 50}{5})$

   $= P(Z \le -0{,}33)$

   $= 0{,}3707$

2. Buktikan jika X mempunyai distribusi lognormal dengan rata-rata dan varians $\sigma_y^2$ dan a,b beserta d adalah tiga buah konstanta dengan b = exp (d) maka W = b $X^a$ mempunyai distribusi lognormal dan rata-rata $(d + \sigma_y^2)$ dan varians $(a^2 \sigma_y^2)$.

   Bukti:

   Diketahui : X berdistribusi log-normal, maka :

$$f(x) = \tfrac{1}{2}\left[\left(2\pi\sigma_y^2\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[\left(-\frac{1}{2\sigma_y^2}\right)\left(\ln x - \mu_y\right)^2\right], x > 0\right]$$

$$W = bx^a, \text{ maka } X = \left\{\frac{W}{b}\right\}^{\frac{1}{a}}$$

Hubungan nilai w dari W de-ngan x dari X diberikan dengan

$$x = \left(\frac{w}{b}\right)^{\frac{1}{a}}, \text{ sehingga} \left[\frac{dx}{dw}\right] = \frac{1}{ab} \; x$$

$$= \left(\frac{w}{b}\right)^{\frac{1}{a}-1}$$

Batas dalam w

Untuk x > 0, maka w > 0.

$$g(w) = f\left(\left[\frac{w}{b}\right]^{\frac{1}{a}} \left|\frac{dx}{dw}\right|\right)$$

$$= \frac{1}{\left[\frac{w}{b}\right]^{\frac{1}{a}}} \left(2\pi\sigma_y^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_y^2}\left(\ln\left[\frac{w}{b}\right]^{\frac{1}{a}} - \mu_y\right)^2\right) \frac{1}{ab}\frac{w^a}{b}$$

$$= \frac{1}{w}\left(2\pi a^2\sigma_y^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\exp\left(-\frac{1}{2a^2\sigma_y^2}\left(\ln\left[\frac{w}{b}\right]^{\frac{1}{a}} - a\mu_y\right)^2\right)$$

$$= \frac{1}{w}\left(2\pi a^2\sigma_y^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\exp\left(-\frac{1}{2a^2\sigma_y^2}\left(\ln w - \left(\ln b + a\mu_y\right)\right)^2\right)$$

$$= \frac{1}{w}\left(2\pi a^2\sigma_y^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\exp\left(-\frac{1}{2a^2\sigma_y^2}\left(\ln w - \left(d + a\mu_y\right)\right)^2\right)$$

Jadi g(w) merupakan fungsi densitas dari distribusi lognor-mal dengan rata $(d + a\mu_y)$ dan varians $(a^2 \; \sigma_y^2)$.

**Penutup**

1. Definisi Distribusi Lognormal

   Misalkan sebuah peubah acak X mempunyai range atau dae-rah hasil $R_x = \{x \mid 0 < x < \sim\}$ dan Y = ln X mengikuti distribusi normal dengan rata-rata μy dan varians $\sigma_y^2$.

Fungsi densitas dari peubah acak X didefinisikan sebagai:

$$f(x) = \tfrac{1}{x}\left(2\mu\sigma_y^2\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\tfrac{1}{2\sigma_y^2}(\ln x - \mu_y)^2\right], x > 0$$
$$= 0 \qquad\qquad ,x \text{ lainnya}$$

2. Rata-rata dan Varians distribusi lognormal adalah:

$$\mu_x = \exp\left(\mu_x + \frac{1}{2}\sigma_y^2\right) \text{ dan}$$

$$\sigma_x^2 = \exp(2\mu_y + \sigma_y^2)[\exp(\sigma_y^2) - 1]$$

3. Modus dan median distribusi lognormal terjadi pada:

$$x = \exp(\mu_y - \sigma_y^2)$$

dan $x = \exp(\mu_y)$

4. Secara umum momen ke-k diberikan oleh:

$$\mu_k = \exp\left\{k.\mu_y + \frac{1}{2}k^2\sigma_y^2\right\}$$

5. Koefisien kemiringan distribusi lognormal adalah:

$$\varsigma_1 = [\exp(\sigma_y^2) - 1]^{\frac{3}{2}} + 3[\exp(\sigma_y^2) - 1]^{\frac{1}{2}}$$

Koefisien keruncingan distri-busi lognormal adalah:

**Daftar Pustaka**


Freud, J. E. and Walpole, R. F. 1980. *Mathematical Statitics.* Third Edition. Englewood New York: Prentice-Hall. Inc.

Heryanto, Nar. 1992. *Pengantar Statistika Matematika.* Jilid 1. Bandung: Jurusan Pendidi-kan Matematika FPMIPA IKIP Bandung.

Hinnes, William W. and Montgo-mery, Douglas C., 1972. *Probability and Statistics in Engeneering and Mana-gement Science.* New York: John Willey & Sons. Inc.

Pollet, A dan Nasrullah. 1994. *Penggunaan Metode Statis-tika untuk Ilmu Hayati.* Yog-yakarta: Gadjah Mada University Press.

Purcel and Varberg (terjemahan I.N. Susilo dkk). 1990. *Kal-kulus dan Geometri Analitik.* Jilid 1. Edisi Keempat. Jakarta: Erlangga.

R. V, Hogg,. and Craig, A. T. 1978. *Introduction ot Mathematical Statistics.* Fourth Edition. New York: Macmillan Publishing Co. Inc.

Supranto, J. 1991. *Statistik: Teori dan Aplikasi.* Jilid 2. Edisi Kelima. Jakarta: Erlangga